**Санкт-Петербургский государственный университет**

**Р А Б О Ч А Я П Р О Г Р А М М А**

**УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Анализ алгоритмов

Algorithm Analysis

**Язык(и) обучения**

русский

Трудоемкость в зачетных единицах: 4

Регистрационный номер рабочей программы: 002285

Санкт-Петербург

2020

**Раздел 1. Характеристики учебных занятий**

**1.1. Цели и задачи учебных занятий**

Обучение обучающихся методам анализа алгоритмов; развитие у обучающихся навыков математического аппарата при анализе сложности алгоритмов; подготовка к восприятию других дисциплин в области информатики. Отдельные параметры односеместрового курса могут варьироваться по степени сложности в зависимости от начальной подготовки обучающихся.

Основным методологическим принципом построения программы курса, равно как и всей концепции обучения в целом, является принцип поэтапного системного накопления знаний и формирования необходимых компетенций по модели: от простого и/или знакомого — к сложному и/или незнакомому, а основной методологической стратегией прохождения отдельных разделов программы является ступенчатость и цикличность, предусматривающие постепенный возврат к ранее усвоенному материалу на более высоком концептуальном уровне.

Главный принцип, который лежит в основе данной программы, — это следование концепции Европейского уровня работы с формализацией математических формулировок и тем образовательным стандартам, которые обозначены этим документом в рамках приобретения компетенций, которые включают практические и теоретические компоненты.  
По окончании обучения обучающиеся должны знать содержание данной дисциплины и иметь достаточно полное представление о возможностях применения ее разделов в различных прикладных областях науки и техники.

**1.2. Требования подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)**

Программа дисциплины рассчитана на обучающихся 4–го курса. Максимальная эффективность Программы будет обеспечена при следующем условии: студент владеет базовыми математическими понятиями и базовыми понятиями в области информатики, изученными на первом, втором и третьем курсах.

**1.3. Перечень результатов обучения (learning outcomes)**

знать содержание дисциплины «Анализ алгоритмов» и иметь представление о возможностях применения ее разделов в различных прикладных областях науки и техники;

иметь практические навыки применения комбинаторных методов при конструировании конкретных алгоритмов на языке высокого уровня для решения разнообразных математических задач на компьютере.

**1.4. Перечень и объём активных и интерактивных форм учебных занятий**

Аудиторная учебная работа: лекции в объеме 2 часа в неделю, практические занятия – 1 час в неделю.

Самостоятельная работа: a) под руководством преподавателя: нет,

б) в присутствии преподавателя: нет,

в) без участия преподавателя: индивидуальная работа с доступными математическими текстами, а также удовлетворение личных познавательных потребностей.

**Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий**

**2.1. Организация учебных занятий**

**2.1.1 Основной курс**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины,  практики и т.п. | Контактная работа обучающихся с преподавателем | | | | | | | | | | | | | Самостоятельная работа | | | | | Объём активных и интерактивных  форм учебных занятий | | Трудоёмкость |
| лекции | семинары | консультации | практические  занятия | лабораторные работы | контрольные работы | коллоквиумы | текущий контроль | промежуточная  аттестация | итоговая аттестация | под руководством преподавателя | в присутствии  преподавателя | сам. раб. с использованием  методических материалов | | текущий контроль (сам.раб.) | промежуточная аттестация (сам.раб.) | итоговая аттестация  (сам.раб.) |  | |  | |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Семестр 7 | 32 |  | 2 | 15 |  |  |  | 2 | 2 |  |  |  | 61 | |  | 30 |  | 19 | | 4 | |
|  | 2-100 |  | 2-100 | 10-25 |  |  |  | 2-100 | 2-100 |  |  |  | 1-1 | |  | 1-1 |  |  | |  | |
| ИТОГО | 32 |  | 2 | 15 |  |  |  | 2 | 2 |  |  |  | 61 | |  | 30 |  |  | | 4 | |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п. | Формы текущего контроля успеваемости | | Виды промежуточной аттестации | | Виды итоговой аттестации  (только для программ итоговой аттестации и дополнительных образовательных программ) | |
| Формы | Сроки | Виды | Сроки | Виды | Сроки |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | |
| Семестр 7 |  |  | экзамен, устно | по графику промежуточной аттестации |  |  |

**2.2. Структура и содержание учебных занятий**

Период обучения (модуль): Семестр 7

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № п/п | Наименование темы (раздела, части) | Вид учебных занятий | Количество часов |
| I. | Вычислительные алгоритмы с многоразрядными числами | лекции | 5 |
| практические занятия | 3 |
| по методическим материалам | 10 |
| II. | Основы теории алгоритмов | лекции | 5 |
| практические занятия | 2 |
| по методическим материалам | 10 |
| III. | Дискретные задачи и анализ оценок числа шагов их решения | лекции | 6 |
| практические занятия | 3 |
| по методическим материалам | 10 |
| IV. | Вычислительная сложность алгоритмов | лекции | 6 |
| практические занятия | 3 |
| по методическим материалам | 10 |
| V. | NP-полные задачи | лекции | 10 |
| практические занятия | 4 |
| по методическим материалам | 21 |
| текущий контроль | 2 |
| III. | Промежуточная аттестация | консультация | 2 |
| самостоятельная работа | 30 |
| экзамен | 2 |
| **Итого** | | | **144** |

1. **Вычислительные алгоритмы с многоразрядными числами**

Скорость роста длины записи коэффициентов при реализации метода Гаусса. Арифметические действия в компьютере как арифметика по заданному модулю. Представление многоразрядного числа в компьютере. Арифметические операции с многразрядными числами и оценки числа шагов их выполнения. Сравнение полученных оценок с соответствующими оценками для многоленточных машин Тьюринга.

### Дискретные задачи и анализ оценок числа шагов их решения

Сортировки и оценки числа их шагов: «пузырёк», «сортировка вставками», «сортировка слияниями фон Неймана»**.** Анализ полученных оценок. Алгоритмы на графах, оценки числа шагов при различных способах представления графа в компьютере: выделение компонент связности проверка на двудольность и выделение долей, выделение остова графа. Нахождение остова минимального веса. Алгоритм Дейкстры поиска кратчайшего пути. Нахождение циклов и мостов в графе. Эйлеров цикл. Гамильтонов цикл.

### Математические понятия алгоритма

Отличия между интуитивным и математическим понятиями алгоритма. Машины Тьюринга и их модификации. Теорема о числе шагов МТ, моделирующей работу *k*-ленточной МТ. Недетерминированные МТ. Теорема о числе шагов МТ, моделирующей работу недетерминированной МТ.

### Вычислительная сложность алгоритмов

Понятия сложности, сложность задачи. Верхняя и нижняя оценки сложности. Соотношение между временем работы алгоритма требуемой памятью. Классы алгоритмов и задач. Схема обозначений. Классы **P, NP** и **P-SPACE**. Соотношения между этими классами. Полиномиальная сводимость и полиномиальная эквивалентность. Классы эквивалентности по отношению полиномиальной эквивалентности.

### NP-полные задачи

Класс NP-полных задач — класс эквивалентности по отношению полиномиальной эквивалентности. Задача ВЫПОЛНИМОСТЬ (ВЫП).Теорема Кука. Задача 3-ВЫПОЛНИМОСТЬ (3-ВЫП). Её NP-полнота. Задачи ВЕРШИННОЕ ПОКРЫТИЕ (ВП), НЕЗАВИСИМОЕ МНОЖЕСТВО НМ), КЛИКА. NP-полнота задачи ВП. Полиномиальная эквивалентность этих трёх задач. NP-полнота задач ГЦ, ГП, 3-С и РАЗБИЕНИЕ. Метод сужения доказательства NP-полноты. «Похожие» задачи и их сложность. Анализ подзадач. Алгоритм решения задачи РАЗБИЕНИЕ. Задачи с числовыми параметрами. Псевдополиномиальные задачи. Сильная NP-полнота.

**Раздел 3. Обеспечение учебных занятий**

**3.1. Методическое обеспечение учебной дисциплины**

**3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины**

Методические материалы включают в себя следующие типы материалов — учебники, учебные пособия, методические указания для студентов, Интернет-ресурсы, электронные учебные пособия, с опорой на которые проводится аудиторная работа.

**3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы**

Самостоятельная работа обучающегося, как вид деятельности, стимулирующий активность, самостоятельность, познавательный интерес с целью поиска необходимой информации, приобретения знаний, использования этих знаний для решения учебных, научных и профессиональных задач, представляет собой важную составляющую учебного процесса, которой отводится не менее половины учебного времени при очной форме обучения. Время, отводимое на самостоятельную работу, должно использоваться студентами для наиболее полного освоения учебной дисциплины. Следовательно, организация эффективной внеаудиторной самостоятельной работы в процессе обучения требует, с одной стороны, создание условий, призванных обеспечить рациональное и планомерное управление учебной деятельностью, протекающей в отсутствие преподавателя, и тщательной подготовки целого ряда учебных пособий, снабженных методическими указаниями, с другой стороны.

К числу методических пособий относятся:

• общие методические рекомендации и указания по самостоятельной работе;

• фонд контрольных заданий и тестов для самоконтроля, которые позволяют оценить уровень знаний, навыков и умений студентов согласно требованиям курса, государственным стандартам и европейским компетенциям.

**3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания**

Текущий контроль осуществляется в результате обсуждения с обучающимися пройденного материала, а также проведения проверочных работ. В результате активного участия в обсуждениях студент может получить дополнительный балл к итоговой аттестации. Каждая успешно выполненная проверочная работа упрощает процесс сдачи экзамена.

Оценка на экзамене формируется следующим образом.

Учитываются результаты проверочных работ или решение типовых задач до получения экзаменационного билета (не более 2 часов на решение типовых задач).

Экзаменационный билет содержит 3 вопроса. Процесс сдачи экзамена происходит следующим образом.

- Сразу после получения обучающимся билета в течение 3 – 5 минут проверяется знание основных определений и формулировок теорем, входящих в билет. В зависимости от верности ответов обучающийся может получить оценки «неудовлетворительно» (если не знает 2 из 3-х определений или формулировок), «удовлетворительно» (если знает 3 определения или формулировки из билета и согласен с этой оценкой) или уйти на место и в течение 40 минут подготовиться к полному ответу на билет.

- После подготовки к ответу обучающийся должен продемонстрировать умение связно излагать основные вопросы курса, в частности, доказывать теоремы. Если содержание ответа не соответствует содержанию курса, то обучающийся получает оценку «удовлетворительно». При грамотном изложении содержания билета обучающийся может (при его согласии) получить оценку «хорошо» или получить нестандартную задачу по темам курса (время решения такой задачи ограничено временем экзамена, но не более 2 часов) для получения оценки «отлично. В качестве решения нестандартной задачи может быть учтено активное участие в обсуждениях материала или решение нестандартных задач во время аудиторной работы. Если нестандартная задача не решена, то обучающийся получает оценку «хорошо».

Экзамен проводится в устной форме и включает в себя 3 теоретических вопроса. Сразу после получения билета обучающийся должен продемонстрировать знание основных формулировок (по одной из каждого вопроса). Время на подготовку развёрнутых ответов на вопросы билета – 40 минут. После этого обучающийся может получить задачу повышенной сложности. Время на её решение ограничено временем проведения экзамена, но не более 40 минут.

Оценка «**отлично**» (A) ставится за полный ответ на вопросы билета и решение дополнительной задачи или активное обсуждение материала во время занятий.

Оценка «**хорошо**» (B) ставится за полный ответ на вопросы билета и отказ на получение дополнительной задачи (или её неправильное решение).

Оценка «**хорошо**» (C) ставится за полный ответ на вопросы билета с небольшими неточностями.

Оценка «**удовлетворительно**» (D) ставится за знание основных формулировок (по одной из каждого вопроса) и отказ на полный ответ на вопросы билета или неудовлетворительный ответ на него.

Оценка «**удовлетворительно**» (E) ставится за знание основных формулировок (по одной из каждого вопроса) с подсказками со стороны преподавателя.

Оценка «**неудовлетворительно**» (F) ставится в остальных случаях.

**3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)**

Аппарат контроля за усвоением материала включает в себя задания и проверочные работы, необходимые для эффективного контроля за усвоением учебного материала. Этот раздел состоит из заданий, завершающих каждую тему.

Примерный перечень вопросов экзамену по всему курсу

1. Скорость роста длины записи коэффициентов при реализации метода Гаусса.
2. Представление «длинного» числа в файле (массиве, списке) как числа в системе счисления по модулю *p* (*p=1000 ,* если *integer 2^16,* если *p=10 000 000 longinteger 2^32*).Запись из файла. Оценка числа шагов. Вывод в файл. Оценка числа шагов.
3. Сложение двух «длинных» положительных чисел. Оценка числа шагов.
4. Предикаты равенства и неравенств «длинных» положительных чисел. Оценка числа шагов.
5. Вычитание двух «длинных» положительных чисел. Оценка числа шагов.
6. Умножение «длинного» числа на короткое. Оценка числа шагов.
7. Умножение «длинных» чисел. Оценка числа шагов.
8. Деление «длинных» чисел. Оценка числа шагов.
9. Оценки числа шагов метода Гауса при действиях с «длинными» числами.
10. Сортировки и оценки числа их шагов:

— Пузырёк.

— Сортировка вставками.

— Сортировка слияниями фон Неймана**.**

1. Алгоритмы на графах, различные способы представления графа в компьютере.
2. Алгоритм поиска в глубину. Оценки числа шагов в зависимости от способа представления графа.
3. Алгоритм поиска в ширину. Оценки числа шагов в зависимости от способа представления графа.
4. Задачи, решаемые с помощью этих алгоритмов:— выделение компонент связности,— проверка на двудольность и выделение долей,— выделение остова графа.
5. Нахождение остова минимального веса. Метод Р. Прима. Оценки числа шагов.
6. Алгоритм Дейкстры поиска кратчайшего пути. Оценки числа шагов.
7. Нахождение циклов и мостов в графе. Оценки числа шагов.
8. Эйлеров цикл. Оценки числа шагов.
9. Гамильтонов цикл. Оценки числа шагов.
10. Алгоритм генерации всех независимых множеств. Оценки числа шагов.
11. Теорема о НМ, ВП, КЛИКА. Оценки числа шагов.
12. Отличия между интуитивным и математическим понятиями алгоритма. Представление о рекурсивных функциях. Тезис Чёрча.
13. Машины Тьюринга и их модификации. Тезис Тьюринга-Чёрча.
14. Теорема о числе шагов МТ, моделирующей работу *k*-ленточной МТ.
15. Недетерминированные МТ. Теорема о числе шагов МТ, моделирующей работу недетерминированной МТ.
16. Понятия сложности алгоритма от данных, сложность алгоритма, сложность задачи. Верхняя и нижняя оценки сложности.
17. Соотношение между временем работы алгоритма требуемой памятью.
18. Классы алгоритмов и задач. Схема обозначений.
19. Классы **P, NP** и **P-SPACE**. Соотношения между этими классами.
20. Полиномиальная сводимость и полиномиальная эквивалентность.
21. Полиномиальная сводимость задачи ГЦ к задаче КОМИВОЯЖЁР.
22. Классы эквивалентности по отношению полиномиальной эквивалентности. Класс **P** – пример такого класса.
23. NP-полные задачи. Класс NP-полных задач — класс эквивалентности по отношению полиномиальной эквивалентности.
24. Задача ВЫПОЛНИМОСТЬ (ВЫП).Теорема Кука.
25. Задача 3-ВЫПОЛНИМОСТЬ (3-ВЫП). Её NP-полнота.
26. Задачи ВЕРШИННОЕ ПОКРЫТИЕ (ВП), НЕЗАВИСИМОЕ МНОЖЕСТВО (НМ), КЛИКА. NP-полнота задачи ВП. Полиномиальная эквивалентность этих трёх задач.
27. NP-полнота задач ГЦ и ГП (без доказательства).
28. NP-полнота задач 3-С и РАЗБИЕНИЕ (без доказательства).
29. Метод сужения доказательства NP-полноты.
30. «Похожие» задачи и их сложность.
31. Анализ подзадач.
32. Алгоритм решения задачи РАЗБИЕНИЕ.
33. Задачи с числовыми параметрами. Псевдополиномиальные задачи.

**3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса**

Специальных требований нет.

**3.2. Кадровое обеспечение**

**3.2.1 Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий**

К преподаванию дисциплины могут быть допущены преподаватели, имеющие диплом о высшем образовании по соответствующему направлению.

**3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом**

Специальных требований нет.

**3.3. Материально-техническое обеспечение**

**3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий**

В аудиториях, где проводятся занятия, необходимо наличие досок и средств письма на них.

**3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения общего пользования**

Специальных требований нет.

**3.3.3 Характеристики специализированного оборудования**

Специальных требований нет.

**3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения**

Специальных требований нет.

**3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов**

Специальных требований нет.

**3.4. Информационное обеспечение**

**3.4.1 Список обязательной литературы**

1. Окулов С.М. Программирование в алгоритмах. --- М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2007.

2. Липский В. Комбинаторика для программистов. М.: Мир, 1988.

3. Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов. Учебник для вузов. СПб.: Питер, 2005 и др. издаия.

3. М. Гэри, Д. Джонсон. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. М.: Мир, 1982.

**3.4.2 Список дополнительной литературы**

1. Косовский Н.К. Элементы математической логики и ее приложения к теории субрекурсивных алгоритмов. – Л., ЛГУ, 1980.

2. Du D.Z., Ko K.I. Theory of Computational Complexity.~ A Wiley-Interscience Publication. John Wiley & Sons, Inc. (2000)

**3.4.3 Перечень иных информационных источников**

Специальных требований нет.

**Раздел 4. Разработчики программы**

Косовская Т.М., д.ф.м.н., доц., проф., [t.kosovskaya@spbu.ru](mailto:t.kosovskaya@spbu.ru), +7 (812) 428 42 33.